PENGKAJIAN REGRESI KOMPONEN UTAMA, REGRESI RIDGE DAN REGRESI KUADRAT TERKECIL PARSIAL UNTUK MENGATASI KOLINEARITAS

Oleh :

DYAH ERNY HERWINDIATI

STK / 93093

PROGRAM PASCASARJANA

INSTITUT PERTANIAN BOGOR

1997

PENGKAJIAN REGRESI KOMPONEN UTAMA, REGRESI RIDGE DAN REGRESI KUADRAT TERKECIL PARSIAL UNTUK MENGATASI KOLINEARITAS

Oleh :

DYAH ERNY HERWINDIATI

STK / 93093

PROGRAM PASCASARJANA

INSTITUT PERTANIAN BOGOR

1997

RINGKASAN

Dyah Erny. H. Pengkajian Regresi Komponen Utama, Regresi Ridge dan Regresi Kuadrat Terkecil Parsial untuk Mengatasi Kolinearitas (di bawah bimbingan Dr Ir Aunuddin sebagai ketua, Ir Aji Hamim Wigena, MSc dan Ir Bunawan Sunarlim, MS sebagai anggota).

Kolinearitas pada regresi berganda terjadi karena adanya korelasi yang tinggi di antara peubah bebas. Indikasi adanya kolinearitas ditunjukkan dengan suatu diagnostik berupa besarnya *Variance Inflation Factor* (VIF) dari koefisien penduga. Akibat adanya kolinearitas adalah besarnya nilai koefisien determinasi tidak diikuti dengan hasil uji yang nyata dari koefisien penduga.

Ada beberapa metoda regresi yang digunakan untuk mengatasi kolinearitas, yaitu regresi komponen utama, regresi ridge dan regresi kuadrat terkecil parsial. Regresi komponen utama ialah regresi dengan menggunakan komponen utama sebagai peubah bebas, regresi ridge merupakan modifikasi dari metode regresi kuadrat terkecil dengan menambah tetapan bias c, sedangkan regresi kuadrat terkecil termasuk pemodelan lunak asumsi dengan melibatkan struktur keragaman X dan Y secara iteratif untuk memperoleh model internal.

Dari beberapa pengukuran, di antaranya : koefisien determinasi, bias dan PRESS ternyata regresi kuadrat terkecil parsial memberikan hasil paling baik diantara ketiga metoda yang dikaji.

PENGKAJIAN REGRESI KOMPONEN UTAMA, REGRESI RIDGE DAN REGRESI KUADRAT TERKECIL PARSIAL UNTUK MENGATASI KOLINEARITAS

Oleh :

DYAH ERNY HERWINDIATI

STK / 93093

Tesis sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar

Megister Sains

pada

Program Pascasarjana - Institut Pertanian Bogor

PROGRAM PASCASARJANA

INSTITUT PERTANIAN BOGOR

1997

Judul Penelitian : PENGKAJIAN REGRESI KOMPONEN UTAMA, REGRESI RIDGE DAN REGRESI KUADRAT TERKECIL PARSIAL UNTUK MENGATASI KOLINEARITAS

Nama : DYAH ERNY HERWINDIATI

Nomor Pokok : 93093

Program Studi : STATISTIKA

Menyetujui :

1. Komisi Pembimbing

Dr. Ir. Aunuddin
(Ketua)

Ir. Aji Hamim Wigena. M.Sc
(Anggota)

Ir. Bunawan Sunarlim, MS
(Anggota)

2. Ketua Program Studi

Dr. Ir. Aunuddin

Direktur Program Pascasarjana

Prof. Dr. Ir. Edi Guhardja

Tanggal lulus : 10 JUN 1997

RIWAYAT HIDUP

Penulis lahir di Mojokerto pada tanggal 6 April 1963, anak kelima dari tujuh bersaudara dari Bapak Bambang Legowo dan Ibu Soedijah.

Jenjang pendidikan Sekolah Dasar diselesaikan di SD Negeri Gedeg Mojokerto tahun 1974. Kemudian penulis melanjutkan ke SMP Negeri II Mojokerto, lulus tahun 1977. Pada tahun 1981 penulis lulus dari SMPP Negeri Mojokerto dan tahun 1988 menyelesaikan S-1 di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya Jurusan Statistika. Pada tahun 1993 penulis terdaftar sebagai mahasiswa Program Pascasarjana di Program Studi Statistika, Institut Pertanian Bogor.

Penulis menjadi staf pengajar di Fakultas Ekonomi Universitas Tarumanagara Jakarta pada tahun 1989-1993 dan tahun 1993 sampai sekarang menjadi staf pengajar di Jurusan Informatika.

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, penulis dapat menyelesaikan tesis dengan judul "Pengkajian Regresi Komponen Utama, Regresi Ridge dan Regresi Kuadrat Terkecil Parsial untuk Mengatasi Kolinearitas". Tesis ini disusun sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister Sains pada Program Pascasarjana Institut Pertanian Bogor.

Dalam melaksanakan penelitian dan penulisan, penulis sadar tanpa bantuan dan dorongan dari berbagai pihak, baik secara moril maupun materiil, tesis ini tidak mungkin dapat diselesaikan dengan baik. Untuk itu pada kesempatan ini penulis menyampaikan rasa terimakasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Bapak Dr. Ir. Aunuddin, selaku ketua komisi pembimbing, Bapak Ir. Aji Hamim Wigena, M.Sc dan Bapak Ir. Bunawan Sunarlim, MS selaku anggota komisi pembimbing yang telah memberikan sumbangan gagasan, bimbingan dan pengarahan kepada penulis hingga terselesaikannya tesis ini.
2. Semua pihak yang telah banyak membantu penulis dalam menyelesaikan studi di Program Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor.

Semoga Allah SWT memberikan balasan atas bantuan yang telah diberikan kepada penulis.

Penulis menyadari bahwa tulisan ini masih banyak kekurangan, sehingga kritik dan saran sangat diharapkan demi kesempurnaan. Semoga tulisan ini dapat bermanfaat bagi yang membaca dan yang memerlukannya.

Bogor, Juni 1997

PENULIS

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Masalah pendugaan parameter dalam analisa regresi berganda sering menjadi topik yang menarik dalam beberapa penelitian. Ada beberapa masalah yang dapat timbul dalam regresi, salah satu di antaranya adalah masalah kolinearitas.

Kolinearitas pada regresi berganda terjadi karena korelasi yang tinggi di antara peubah bebas. Dengan menggunakan metode kuadrat terkecil akan terlihat effek dari kolinearitas yaitu tingginya koefisien determinasi tidak diikuti dengan hasil uji hipotesis yang nyata dari koefisien penduga. Keadaan ini disebabkan karena besarnya koefisien determinasi tidak didukung oleh kecilnya ragam koefisien penduga (Martens dan Naes, 1989).

Ada beberapa cara untuk mengukur besarnya kolinearitas, salah satunya disebut dengan *Variance Inflation Factor* (VIF). VIF adalah suatu faktor yang mengukur seberapa besar kenaikan ragam dari koefisien penduga regresi dibandingkan terhadap peubah bebas yang orthogonal jika dihubungkan secara linier (Fox dan Monette, 1992). Nilai VIF akan semakin besar jika terdapat korelasi yang semakin besar diantara peubah bebas X. VIF yang melebihi sepuluh kadang-kadang bisa digunakan sebagai petunjuk adanya kolinearitas (Neter, Wasserman dan Kutner, 1990).

Beberapa metode yang akan digunakan untuk mengatasi kolinearitas ialah : regresi komponen utama, regresi ridge dan regresi kuadrat terkecil parsial. Regresi komponen utama adalah regresi dengan mengambil komponen utama sebagai peubah bebas. Koefisien penduga dari metode ini diperoleh melalui penyusutan dimensi peubah penduga komponen utama, di mana subset komponen utama yang dipilih harus tetap mempertahankan keragaman yang besar terhadap responsnya. Regresi ridge merupakan modifikasi dari metode kuadrat terkecil dengan cara menambah tetapan bias c yang kecil kepada nilai diagonal matrik $X'X$. Besarnya tetapan bias c mencerminkan besarnya bias dalam koefisien penduga ridge, c yang bernilai nol merupakan implementasi dari metode kuadrat terkecil. Metode terakhir yang akan dikaji dalam penelitian ini adalah regresi kuadrat terkecil parsial. Proses pendugaan internal pada regresi kuadrat terkecil parsial dilakukan secara iteratif dengan melibatkan struktur keragaman peubah bebas dan respons.

1.2 Maksud dan Tujuan

Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji penggunaan regresi komponen utama, regresi ridge dan regresi kuadrat terkecil parsial untuk mengatasi kolinearitas.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kolinearitas

Kolinearitas terjadi karena adanya korelasi yang cukup tinggi diantara peubah bebas. Salah satu ukuran untuk mengidentifikasi adanya kolinearitas adalah VIF.

VIF merupakan faktor yang mengukur seberapa besar kenaikan ragam dari koefisien penduga b_j dibandingkan terhadap peubah bebas lain yang saling orthogonal. Apabila $R^2{}_j$ nilai koefisien determinasi dari peubah bebas X_j jika diregresikan terhadap semua peubah bebas X yang lain , maka VIF_j adalah :

$$VIF_j = \frac{1}{\left(1 - R^2{}_j\right)}$$

(Fox dan Monette, 1992)

Bila di antara peubah bebas tersebut terdapat korelasi yang tinggi, nilai VIF akan besar. VIF_j memiliki nilai yang mendekati 1 jika peubah bebas X_j tidak saling berkorelasi dengan peubah-peubah bebas lainnya.

2.2 Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi, R^2, adalah suatu ukuran iuran dari peubah bebas dalam model regresi, dirumuskan sebagai :

$$R^2 = \frac{\text{JKR}}{\text{JKT (terkoreksi)}} = \frac{\mathbf{b}'\mathbf{X}'\mathbf{Y} - n\overline{\mathbf{Y}}^2}{\mathbf{Y}'\mathbf{Y} - n\overline{\mathbf{Y}}^2}$$

(Draper dan Smith, 1981)

Dari rumusan di atas, R^2 merupakan besaran yang mengukur proporsi peubah bebas dalam model yang mampu menerangkan jumlah kuadrat total respons **Y** (terkoreksi). R^2 bernilai antara 0 sampai dengan 1, R^2 yang semakin besar menunjukkan ketepatan model yang semakin besar dalam menerangkan variasi data

2.3 Regesi Komponen Utama

Regresi komponen utama merupakan metode pendekatan yang cukup baik untuk memperoleh koefisien penduga pada persamaan regresi yang mempunyai masalah kolinearitas. Peubah bebas pada regresi komponen utama berupa hasil kombinasi linier dari peubah asal Z, yang disebut sebagai komponen utama. Koefisien penduga dari metode ini diperoleh melalui penyusutan dimensi komponen utama, di mana subset komponen utama yang dipilih harus tetap mempertahankan keragaman yang sebesar-besarnya (Jolliffe, 1989).

Cara penghapusan komponen utama dimulai dari prosedur seleksi akar ciri dari suatu persamaan $|Z'Z - \lambda I| = 0$, di mana Z adalah hasil pembakuan dari peubah X. Jika akar ciri λ diurutkan dari nilai terbesar sampai nilai terkecil, maka pengurutan komponen utama W_j berpadanan dengan pengurutan λ_j . Ini berarti bahwa komponen-komponen tersebut menerangkan proporsi keragaman terhadap respons Y yang semakin lama semakin kecil (Draper dan Smith, 1981).

Komponen utama W_j saling orthogonal sesamanya dan dibentuk melalui suatu hubungan :

$$W_j = \mathbf{v_{1j}} Z_1 + \mathbf{v_{2j}} Z_2 + \mathbf{v_{3j}} Z_3 + \ldots + \mathbf{v_{pj}} Z_p$$

Vektor ciri $\mathbf{v_j}$ diperoleh dari setiap akar ciri λ_j yang memenuhi suatu sistem persamaan homogen $\left(Z' Z - \lambda_j I\right) \mathbf{v_j} = 0$, di mana : $\mathbf{v_j} = (\mathbf{v_{1j}}, \mathbf{v_{2j}}, \mathbf{v_{3j}}, \ldots \mathbf{v_{pj}})$ dan $\mathbf{v_j}' \mathbf{v_j} = 1$

Jika terdapat m subset komponen utama yang akan masuk dalam persamaan regresi, maka persamaan tersebut dapat ditulis sebagai :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W_m} \beta_{\mathbf{m}}^* + \varepsilon$$

Perhitungan koefisien penduga regresi komponen utama $\mathbf{b}^*$ dapat dilakukan secara analog dengan penduga metode kuadrat terkecil, yaitu :

$$\mathbf{b}^* = (W' W)^{-1} W' \mathbf{y}$$

Karena kolom W orthogonal, maka :

$$\mathbf{b}^* = L^{-2} W' \mathbf{y}$$

di mana L berupa suatu matriks diagonal yang elemen diagonalnya ke - j sebesar $\lambda^{\frac{1}{2}}{}_j$, sedangkan λ_j didefinisikan sebagai akar ciri terbesar yang ke j dari matriks ($Z' Z$)

Jika A adalah suatu matriks dari vektor ciri $\mathbf{v_j}$ dengan $\mathbf{v_j} = (\mathbf{v_{1j}}, \mathbf{v_{2j}}, \mathbf{v_{3j}}, \ldots \mathbf{v_{mj}})'$, maka a_j adalah diagonal ke j dari matriks A. Bila $\mathbf{b}$ merupakan penduga dari metode kuadrat terkecil dari model $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}\beta + \varepsilon$, maka transformasi penduga $\mathbf{b}$ dari $\mathbf{b}^*$ didapat melalui hubungan :

$$\mathbf{b} = A\, \mathbf{b}^*$$

$$= A (L^{-2} W' \mathbf{y})$$

$$= A L^{-2} A' Z' \mathbf{y}$$

$$= \sum_{j=1}^{p} \lambda^{-1}{}_j a_j a'_j Z' \mathbf{y} \quad \text{(p adalah jumlah parameter)}$$

$$\mathbf{b}^* = \sum_{j=1}^{m} \lambda^{-1}{}_j a_j a'_j Z' \mathbf{y} \quad \text{(m adalah jumlah subset komponen utama)}$$

Dari rumus di atas, jika penduga $\mathbf{b}^*$ ingin dibandingkan terhadap $\mathbf{b}$, maka :

$$\mathbf{b}^* = \mathbf{b} - \sum_{j=m+1}^{p} \lambda^{-1}{}_j a_j a'_j Z' y$$

Bila E (**b**) = β , maka besarnya bias adalah : $\sum_{j=m+1}^{P} \lambda_j^{-1} a_j a'_j Z' y$

Suatu kendala yang harus dihadapi dari penggunaan regresi komponen utama ialah prosedur penghapusan komponen yang akan digunakan dalam membentuk persamaan regresi. Prosedur ini berkaitan dengan penentuan nilai penduga $\mathbf{b}^*$ yang mampu mengurangi besarnya ragam akibat adanya kolinearitas dan mampu menghasilkan bias kecil. Di samping itu, prosedur penghapusan seyogyanya juga memperhatikan seberapa besar konstribusi komponen tersebut terhadap respons **Y** , bukan semata-mata berdasarkan besarnya akar ciri (Jolliffe, 1989).

2.4 Regresi Ridge

Regresi ridge merupakan salah satu metode yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah kolinearitas melalui modifikasi terhadap metode kuadrat terkecil (Neter, Wasserman dan Kutner, 1990). Modifikasi tersebut ditempuh dengan cara menambah tetapan bias c yang relatif kecil pada diagonal matrik $X'X$, sehingga koefisien penduga ridge dipengaruhi oleh besarnya tetapan bias c.

Untuk menentukan penduga ridge dimulai dari asumsi model linear secara umum:

$$\mathbf{Y} = X\beta + \varepsilon$$

di mana : **Y** adalah vektor pengamatan pada peubah tidak bebas yang berukuran (n x 1).

X adalah matriks yang berukuran (n x p) dari p peubah (peubah bebas).

β adalah vektor berukuran (p x 1) dari koefisien regresi yang tidak diketahui.

ε adalah vektor berukuran (n x 1) dari sisaan.

Jika diasumsikan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n)$ dan I_n adalah matrik identitas berukuran (n x n), dengan β diasumsikan sebagai $\beta \sim N(0, \sigma^2_\beta I_p)$, maka penduga Bayes (yaitu rataan bersyarat dari distribusi posterior) diberikan oleh :

$$\beta_B = E(\beta \mid Y, X, \sigma^2, \sigma^2_\beta)$$

$$= \left[H + \left(\frac{1}{\sigma^2_\beta}\right) I_p\right]^{-1} H\,\mathbf{b}$$

Bila $H = \sigma^2 (X'X)$ dan $\mathbf{b} = (X'X)^{-1} X'Y$ yaitu penduga parameter β dari metode kuadrat terkecil, menurut (Lindley dan Smith, 1972) persamaan tersebut di atas dapat ditulis kembali dalam bentuk :

$$\beta^{\mathbf{R}} = (X'X + cI_p)^{-1} X'Y$$

di mana c adalah tetapan bias regresi ridge yang besarnya adalah $c = \dfrac{\sigma^2}{\sigma^2_\beta}$, $c \geq 0$.

Jika peubah bebas X dan respons **Y** ditransformasi dalam bentuk peubah baku Z dan $\mathbf{Y}^*$, maka persamaan normal kuadrat terkecil $(X'X)\mathbf{b} = X'\mathbf{Y}$ akan berbentuk $(r_{xx})\mathbf{b} = r_{yx}$, di mana r_{xx} adalah matrik korelasi peubah X dan r_{yx} matrik korelasi antara **Y** dan masing-masing peubah X. Akibat tranformasi X ke Z akan menjadikan persamaan normal regresi ridge berbentuk :

$$(r_{xx} + cI)\mathbf{b}^{\mathbf{R}} = r_{yx}$$

di mana $\mathbf{b}^{\mathbf{R}}$ adalah vektor koefisien regresi ridge dan I matrik Identitas berukuran (p-1) x (p-1).

$$\mathbf{b}^{\mathbf{R}}_{(p-1)x_1} = \begin{bmatrix} b_1^R \\ b_2^R \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_{p-1}^R \end{bmatrix}$$

Koefisien penduga ridge diperoleh melalui bentuk :

$$\mathbf{b}^{\mathbf{R}} = (r_{xx} + cI)^{-1} r_{yx}$$

Nilai jumlah kuadrat total (JKT), jumlah kuadrat galat (JKG) dan R^2_{ridge} adalah :

$$\text{JKT} = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i^* - \overline{Y}_i^*\right)^2 = 1$$

$$\text{JKG} = \sum_{i=1}^{n} \left(Y_i^* - \hat{Y}_i^*\right)^2$$

Di mana $\hat{Y}_i^* = b_1^R Z_{i1} + b_2^R Z_{i2} + \ldots + b_p^R Z_{ip}$

$$R^2_{ridge} = 1 - \text{JKG}$$

Konstanta c mencerminkan jumlah bias dalam penduga $\mathbf{b}^R$. Bila c = 0 maka penduga $\mathbf{b}^R$ akan bernilai sama dengan penduga kuadrat terkecil **b**. Bila c > 0 , koefisien penduga ridge akan bias terhadap parameter β, tetapi cenderung lebih stabil daripada penduga kuadrat terkecil.

Pemilihan besarnya tetapan bias c merupakan masalah yang perlu diperhatikan. Tetapan bias c yang diinginkan adalah tetapan bias yang menghasilkan bias relatif kecil dan menghasilkan koefisien penduga yang relatif stabil.

Ada beberapa acuan yang digunakan untuk memilih besarnya c, diantaranya dengan melihat besarnya VIF dan melihat pola kecenderungan *ridge trace* (Neter, Wasserman dan Kutner, 1990).

Nilai VIF untuk koefisien regresi $\mathbf{b}^R$ didefinisikan sebagai diagonal dari matriks $(r_{xx} + cI)^{-1} r_{xx} (r_{xx} + cI)^{-1}$. Rumusan ini di dapat dengan serangkaian proses sebagai berikut :

Jika dalam metode kuadrat terkecil nilai diketahui nilai koefisien penduga **b** dan ragam **(b)** :

$$\mathbf{b} = (X'X)^{-1} X' \mathbf{Y} \text{ dengan } \mathbf{Y} = X\mathbf{b}$$

$$\text{Ragam } (\mathbf{b}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$$

Dalam regresi ridge harga $\mathbf{b}^R$ dan ragam $(\mathbf{b}^R)$ diketahui sebagai:

$$\mathbf{b}^R = (X'X + cI)^{-1} X' \mathbf{Y}$$

$$= (X'X + cI)^{-1} X' X \mathbf{b}$$

$$\text{Ragam } (\mathbf{b}^R) = \sigma^2 (X'X + cI)^{-1} X'X (X'X)^{-1} (X'X) (X'X + cI)^{-1}$$

$$= \sigma^2 (X'X + cI)^{-1} X'X (X'X + cI)^{-1}$$

Sehingga VIF merupakan diagonal dari matriks $(X'X + cI)^{-1} X'X (X'X + cI)^{-1}$

Bila X dibakukan, maka VIF dari regresi ridge adalah diagonal dari matriks $(r_{xx} + c I)^{-1} r_{xx} (r_{xx} + c I)^{-1}$.

Ridge Trace berupa plot dari penduga regresi ridge secara bersama dengan berbagai kemungkinan nilai tetapan bias c (Gibbons dan McDonald, 1984). Nilai c yang dipilih yaitu c yang memberikan nilai penduga regresi ridge $\mathbf{b}^R$ yang relatif stabil.

2.5 Regresi Kuadrat Terkecil Parsial

Regresi kuadrat terkecil parsial termasuk metode pemodelan "lunak" asumsi dengan proses pembentukan model melalui struktur keragaman X dan Y yang dilakukan secara iteratif (Wigena dan Alamudi, 1997).

Pada dasarnya regresi kuadrat terkecil memodelkan hubungan peubah Y dengan peubah X berdasarkan peubah internal (Geladi dan Kowalski, 1986). Peubah X dibagi ke dalam skor $\mathbf{t_h}$ dan loading $\mathbf{p_h}$, yang dinyatakan sebagai :

$$\mathbf{X} = \mathbf{t_1\, p_1'} + \mathbf{t_2\, p_2'} + \ldots + \mathbf{t_a\, p_a'}$$

Peubah Y juga dibagi dalam skor $\mathbf{u_h}$ dan loading $\mathbf{q_h}$ yang dinyatakan sebagai :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{u_1\, q_1'} + \mathbf{u_2\, q_2'} + \ldots + \mathbf{u_a\, q_a'}$$

Pemodelan regresi kuadrat terkecil parsial sebenarnya dilakukan melalui :

a. Hubungan internal

$$\mathbf{u_h} = \beta_0 + \beta_1\mathbf{t_h} + \delta$$

di mana : - $\mathbf{u_h}$ dan $\mathbf{t_h}$ adalah skor dari **Y** dan **X**

- β_0 dan β_1 adalah koefisien internal sedangkan δ adalah faktor acak.

b. Hubungan eksternal

$$\mathbf{X} = \mathbf{q_0} + \mathbf{q_1 u_h} + \varepsilon$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{q_0} + \mathbf{q_1}\,(\beta_0 + \beta_1\mathbf{t_h} + \delta) + \varepsilon$$

$$= (\mathbf{q_0} + \mathbf{q_1}\beta_0) + \mathbf{q_1}\beta_1\mathbf{t_h} + (\mathbf{q_1}\delta + \varepsilon)$$

Pemodelan secara internal ditempuh melalui hubungan peubah $\mathbf{t_h}$ dan $\mathbf{u_h}$ yang konvergen. Jika proses konvergensi dari skor peubah **X** ($\mathbf{t_h}$) dan skor respons **Y** ($\mathbf{u_h}$) dihitung secara terpisah, maka model yang dihasilkan mempunyai hubungan yang lemah. Untuk memperbaiki kondisi tersebut, proses konvergensi dari $\mathbf{t_h}$ dan $\mathbf{u_h}$ dilakukan secara bersama-sama dengan cara melibatkan skor **Y** pada perhitungan loading **X** :

$\mathbf{u}_{awal}$ $= \mathbf{Y}_j$

$\mathbf{p}'$ $= \mathbf{u}'\mathbf{X} / \mathbf{u}'\mathbf{u}$ ($\mathbf{p}$ sebagai fungsi dari $\mathbf{u}$)

serta melibatkan skor **X** pada perhitungan loading **Y** :

$\mathbf{q}'$ $= t'Y / t't$ (q sebagai fungsi dari t)

Melalui cara tersebut, proses konvergensi tercapai lebih cepat, tetapi masih ada beberapa kelemahan antara lain skor **X** ($\mathbf{t_h}$) yang dihasilkan ternyata tidak orthogonal. Jika $\mathbf{t_h}$ tidak orthogonal dikhawatirkan akan terdapat korelasi yang cukup besar antara peubah bebas **X**. Untuk mengatasi kendala tersebut, skor **X** perlu diskalakan lagi dengan suatu pembobot w.

Secara rinci algoritma regresi kuadrat terkecil parsial menjadi :

1) Ambil $\mathbf{u}_{start} = \mathbf{Y}_j$
2) $\mathbf{w}' = \mathbf{u}'\mathbf{X} / \mathbf{u}'\mathbf{u}$
3) $\mathbf{w}'_{baru} = \mathbf{w}'_{lama} / \| \mathbf{w}'_{lama} \|$
4) $\mathbf{t} = \mathbf{Xw}/\mathbf{w}'\mathbf{w}$
5) $\mathbf{q}' = \mathbf{t}'\mathbf{Y}/\mathbf{t}'\mathbf{t}$
6) $\mathbf{q}'_{baru} = \mathbf{q}'_{lama} / \| \mathbf{q}'_{lama} \|$
7) $\mathbf{u} = \mathbf{Yq}/\mathbf{q}'\mathbf{q}$

Periksa konvergensi :

8) Bandingkan nilai **t** dalam langkah 4 dengan nilai **t** sebelumnya, jika sama (selisihnya ada dalam batas toleransi tertentu) iterasi dihentikan tetapi jika tidak, kembali ke langkah 2.

Jika **Y** hanya mempunyai 1 variabel, iterasi 5 sampai dengan 8 diabaikan.

9) $\mathbf{p}' = \mathbf{t}'\mathbf{X} / \mathbf{t}'\mathbf{t}$

10) $\mathbf{p}'_{\mathbf{baru}} = \mathbf{p}'_{\mathbf{lama}} / \|\mathbf{p}'_{\mathbf{lama}}\|$

11) $\mathbf{t}_{\mathbf{baru}} = \mathbf{t}_{\mathbf{lama}} / \|\mathbf{p}'_{\mathbf{lama}}\|\mathbf{t}$

12) $\mathbf{w}'_{\mathbf{baru}} = \mathbf{w}'_{\mathbf{lama}} / \|\mathbf{w}'_{\mathbf{lama}}\|$

Algoritma regresi kuadrat terkecil parsial ini diiterasikan sesuai dengan banyaknya peubah bebas.

Menentukan koefisien internal

$$\mathbf{b} = \mathbf{u}'\mathbf{t} / \mathbf{t}'\mathbf{t}$$

Menentukan sisaan :

$$\mathbf{E}_h = \mathbf{E}_{h-1} - \mathbf{t}_h \mathbf{p}'_h \; ; \quad \mathbf{X} = \mathbf{E}_0$$

Hubungan campuran dari blok **Y** adalah :

$$\mathbf{F}_h = \mathbf{F}_{h-1} - \mathbf{b}_h \mathbf{t}_h \mathbf{q}'_h \quad ; \quad \mathbf{Y} = \mathbf{F}_0$$

2.6 PRESS

PRESS merupakan salah satu pendekatan yang dipertimbangkan untuk prosedur validasi kestabilan koefisien penduga **b** (Weisberg, 1985). Nilai PRESS yang lebih kecil akan memberikan kestabilan lebih tinggi terhadap model jika ada data amatan yang baru.

Prosedur PRESS ditempuh melalui cara membuang satu amatan, menduga modelnya dari amatan yang ada dan kemudian meramalkan amatan yang dibuang tadi serta menghitung kuadrat selisih antara amatan dan ramalan, keadaan ini diulang untuk setiap amatan.

Misalkan p adalah parameter termasuk β_0 dalam suatu persamaan regresi dan n adalah banyaknya amatan, PRESS didefinisikan sebagai :

$$\text{PRESS} = \sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \hat{Y}_{i.-i}\right)^2$$

Di mana $\hat{Y}_{i.-i} = X_i{}'b$ dan b_{-i} = adalah koefisien regresi dengan cara membuang amatan yang ke i.

BAB III

BAHAN DAN METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data penelitian diambil dari Journal **Technometrics** (Naes, 1985) berupa suatu data kalibrasi dengan pengukuran 36 konsentrasi lemak ikan dan absorbsinya dari 9 panjang gelombang suatu alat spektrometer NIR. Jika konsentrasi dianggap sebagai responss Y dan besarnya absorbsi sebagai peubah bebas X, maka gugus data set dalam penelitian ini terdiri dari sebuah respons Y dan 9 peubah bebas X (X_1 , X_2 , ... X_9) yang tercantum pada Lampiran 1.

Data kalibrasi adalah gugus data yang dihasilkan oleh proses kalibrasi (dalam hal ini alat kalibrasi yang dipakai berupa spektrometer NIR). Proses kalibrasi secara garis besarnya adalah proses pemodelan dengan menggunakan data empirik. Model yang terbentuk digunakan untuk menduga informasi responss Y yang tidak diketahui berdasarkan nilai X yang ada.

Prosedur laboratorium yang ditempuh dalam pengukuran tersebut kurang lebih sebagai berikut :

1. Membuat larutan lemak ikan pada konsentrasi tertentu.
2. Menentukan nilai absorbsi untuk setiap konsentrasi lemak pada 9 panjang gelombang.

3.2 Metode Regresi Komponen Utama

Algoritma regresi komponen utama mempunyai tahapan :

a. Menentukan peubah Z hasil dari pembakuan peubah X

$$Z_{ij} = \frac{X_{ij} - \overline{X}_j}{S_j\sqrt{n-1}} \text{ , } i = 1, 2, 3, \dots n \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots p$$

b. Menentukan nilai akar ciri dari persamaan $| Z' Z - \lambda I | = 0$

c. Menentukan nilai vektor ciri $\mathbf{v_j}$ dari setiap akar ciri λ_j melalui persamaan :

$(Z' Z - \lambda_j I) \mathbf{v_j} = 0$

d. Menentukan komponen utama W_j melalui prosedur seleksi akar ciri λ_j,

$W_j = \mathbf{v_{1j}} Z_1 + \mathbf{v_{2j}} Z_2 + \mathbf{v_{3j}} Z_3 + \dots + \mathbf{v_{rj}} Z_r$, di mana : $r < p$ dan r adalah banyaknya komponen yang terpilih.

e. Meregresikan komponen utama W_1, W_2, W_3, ... W_r dengan respons Y dan menganalisa sumber keragamannya.

f. Menghitung nilai $\hat{Y}$

g. Melakukan transformasi model regresi dari $\hat{Y} = f\ (w)$ ke $\hat{Y} = f\ (z)$ melalui suatu hubungan $\mathbf{b} = \mathbf{v_j}\ \mathbf{Ta}$, di mana :

b = adalah penduga parameter dari regresi $\hat{Y} = f\ (z)$

a = adalah penduga parameter dari regresi $\hat{Y} = f\ (w)$

$\mathbf{v_j}$ = adalah vektor viri dari komponen yang ke j

h. Menghitung besarnya PRESS dan bias

3.3 Metode Regresi Ridge

Algoritma regresi ridge mempunyai tahapan :

a. Melakukan pembakuan terhadap matrik X dan respons Y, sebut sebagai Z dan Y^*

b. Menghitung matrik $Z'Z = r_{xx}$ = matrik korelasi dari peubah penduga, serta menghitung $Z'Y^* = r_{yx}$ = korelasi dari peubah penduga terhadap respons Y

c. Menghitung nilai penduga parameter β^R dengan berbagai kemungkinan tetapan bias c, $c \geq 0$

d. Menghitung nilai VIF(b_k) dari penduga ke k dan s^2 dengan berbagai kemungkinan nilai tetapan bias c, $c \geq 0$.

e. Menggambarkan *ridge trace* dengan berbagai kemungkinan tetapan bias c.

f. Menetapkan nilai tetapan bias c dengan mempertimbangkan nilai VIF serta plot dari *ridge trace*.

g. Menentukan koefisien penduga regresi ridge dari nilai c yang bersesuaian.

h. Menghitung nilai $\hat{Y}$ dan menganalisa sumber keragamannya.

i. Menghitung PRESS.

3.4 Metoda Regresi Kuadrat Terkecil Parsial

Algoritma regresi kuadrat terkecil parsial dapat dilihat pada bab II tentang tinjauan pustaka.

3.5 PRESS

Berikut ini langkah-langkah yang ditempuh untuk menghitung PRESS :

1. Membuang amatan pertama pada peubah responss maupun peubah penduganya.
2. Menduga model semua kemungkinan regresi terhadap n – 1 titik data sisanya.
3. Menggunakan setiap persamaan regresi yang diperoleh untuk menduga Y_1 (sebut dengan $\hat{Y}_{1p}$), sehingga diperoleh simpangan dugaan (Y_1 - $\hat{Y}_{1p}$) untuk semua kemungkinan model regresi
4. Mengulangi langkah-langkah 1, 2, 3 untuk setiap amatan
5. Menjumlah kuadrat simpangan dugaan dengan rumus $\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \hat{Y}_{i.-i}\right)^2$

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Penyelesaian dengan Metode Regresi Kuadrat Terkecil

Analisa regresi dengan metode kuadrat terkecil terhadap data pada Lampiran 1, menghasilkan nilai penduga parameter (Tabel 1) dengan daftar sidik ragam (Tabel 2). Semua perhitungan pada Tabel 1 dan Tabel 2 menggunakan program paket SAS versi 604.

Tabel 1. Penduga Parameter Regresi Kuadrat Terkecil

Peubah	DB	Penduga Parameter	Simpangan Baku	T_{hitung}	p
Konstan	1	35,821114	4,61956198	7,754	0,0001
X_1	1	0,000524	0,00099017	0,530	0,6009
X_2	1	0,000086344	0,00196965	0,044	0,9654
X_3	1	-0,003766	0,00181257	-2,078	0,0477
X_4	1	0,001304	0,00205668	0,634	0,5315
X_5	1	-0,000087426	0,00043387	-0,202	0,8419
X_6	1	0,000310	0,00132358	0,234	0,8166
X_7	1	-0,009217	0,00564444	-1,633	0,1145
X_8	1	0,011031	0,00511790	2,155	0,0406
X_9	1	0,000032983	0,00039470	0,084	0,9340

Model regresinya :

$$\hat{Y} = 35{,}821 + 5{,}24 \,.\, 10^{-4} X_1 + 8{,}63 \,.\, 10^{-5} X_2 - 3{,}76 \,.\, 10^{-3} X_3 + 1{,}30 \,.\, 10^{-3} X_4 - 8{,}74 \,.\, 10^{-5} X_5 + 3{,}10 \,.\, 10^{-4} X_6 - 9{,}21 \,.\, 10^{-3} X_7 + 1{,}10^{-2} X_8 + 3{,}2 \,.\, 10^{-5} X_9$$

Tabel 2. Tabel Sidik Ragam Regresi Kuadrat Terkecil

Sumber	DB	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	Prob>F
Model	9	470,48514	52,27613	68,583	0,0001
Galat	26	19,81792	0,76223		
Total	35	490,30306			

Ragam = 0,76223 R^2 = 0,9596

Dari hasil di atas terlihat bahwa nilai ragam yang kecil tidak didukung oleh nilai simpangan baku koefisien b_j yang kecil. Kalau dikaji lebih lanjut akan terlihat bahwa beberapa koefisien penduga b_j tidak nyata walaupun nilai R^2 dekat dengan 1. Keadaan seperti ini adalah salah satu petunjuk adanya kolinearitas. Fakta tersebut di atas akan semakin jelas setelah dilihat nilai R^2_j dan VIF (b_j) pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai R^2_j dan VIF (b_j) dari Penduga b_j

Peubah	DB	VIF(b_j)	R^2_j
X_1	1	6801,1111	0,9998
X_2	1	22689,3992	1,0000
X_3	1	15445,2156	0,9999
X_4	1	19984,4170	0,9999
X_5	1	743,2901	0,9986
X_6	1	6586,3868	0,9998
X_7	1	133166,1266	1,0000
X_8	1	111063,0218	1,0000
X_9	1	242,8986	0,9947

Ada beberapa cara untuk mengatasi kolinearitas. Cara pertama adalah dengan menghilangkan beberapa peubah bebas yang berkorelasi tinggi. Melalui cara ini diharapkan akan diperoleh suatu model dengan peubah bebas lebih sedikit dan nyata. Dalam penelitian ini semua peubah bebas mempunyai korelasi yang cukup tinggi (seperti tercantum pada matriks korelasi Tabel 4), sehingga cara pertama tidak bisa digunakan.

Tabel 4. Matriks Korelasi dari Z

	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9
Z_1	1,00000	0,99860	0,99375	0,99413	0,98589	0,98489	0,98656	0,98830	0,96929
Z_2	0,99863	1,00000	0,99802	0,99792	0,989180,	0,98603	0,98726	0,98924	0,96980
Z_3	0,99375	0,99802	1,00000	0,99974	99299	0,98764	0,98814	0,99008	0,97296
Z_4	0,99413	0,99792	0,99974	1,00000	0,99485	0,99058	0,99102	0,99268	0,97716
Z_5	0,98589	0,98918	0,99299	0,99485	1,00000	0,99461	0,99425	0,99479	0,98981
Z_6	0,98489	0,98603	0,98764	0,99058	0,99461	1,00000	0,99990	0,99972	0,99312
Z_7	0,98656	0,98726	0,98814	0,99102	0,99425	0,99990	1,00000	0,99990	0,99207
Z_8	0,98830	0,98924	0,99008	0,99268	0,99479	0,99972	0,99990	1,00000	0,99097
Z_9	0,96929	0,96980	0,97296	0,97716	0,98981	0,99312	0,99207	0,99097	1,00000

Cara yang lain ialah dengan memasukkan semua peubah bebas dalam proses pendugaan. Model yang diharapkan terbentuk, tentunya model dengan ragam koefisien penduga yang lebih kecil dari ragam metode kuadrat terkecil. Melihat kenyataan bahwa semua peubah bebas berkorelasi tinggi, cara ini yang kelihatannya bisa diterapkan dalam proses pendugaan model. Beberapa metode yang akan digunakan untuk pendekatan ini, antara lain : analisis regresi komponen utama, analisis regresi ridge dan analisis regresi kuadrat terkecil parsial. Penyelesaian dengan menggunakan metode tersebut akan dijabarkan di bawah ini .

4.2 Penyelesaian dengan Metode Regresi Komponen Utama

Analisis regresi komponen utama menggunakan data pada Lampiran 2, data ini sebagai hasil pembakuan dari data Lampiran 1. Akar ciri λ_j beserta proporsi kumulatifnya dari persamaan $| Z' Z - \lambda I | = 0$ disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai Beberapa Akar Ciri λ_j

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9
Akar ciri	8,9215	0,051	0,0199	0,00665	0,00175	0,000	0,000	0,000	0,000
Proporsi	0,991	0,006	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Kumulatif	0,991	0,998	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Dari Tabel 5 menunjukkan bahwa akar ciri pertama menjelaskan sekitar 99% dari keragaman yang terjadi, dan akar ciri berikutnya hanya menjelaskan masing-masing sekitar 0,6% dan 0,1%. Ini berarti bahwa komponen utama pertama mampu memberikan 99%

proporsi keragaman yang ada, sedangkan komponen utama kedua 0,6% dan komponen utama ketiga dan keempat hanya memberikan sekitar 0,1% saja.

Berdasarkan akar ciri λ_j pada Tabel 5, diperoleh vektor-vektor ciri $\mathbf{v_j}$ (Tabel 6) ditabelkan sebagai berikut :

Tabel 6. Nilai Beberapa Vektor Ciri γ_{ij}

Variabel	v_{1j}	v_{2j}	v_{3j}	v_{4j}	v_{5j}	v_{6j}	v_{7j}	v_{8j}	V_{9j}
Z_1	-0,333	0,387	-0,476	-0,500	0,245	0,164	0,309	0,285	-0,003
Z_2	-0,333	0,405	-0,103	-0,153	-0,122	-0,217	-0,654	-0,448	0,045
Z_3	-0,333	0,326	0,364	0,199	-0,371	0,621	0,219	-0,151	-0,133
Z_4	-0,334	0,248	0,300	0,175	-0,250	-0,623	0,163	0,477	0,048
Z_5	-0,334	-0,103	0,559	-0,088	0,741	0,021	-0,047	-0,068	0,015
Z_6	-0,334	-0,266	-0,214	0,328	0,014	0,336	-0,473	0,499	0,280
Z_7	-0,334	-0,230	-0,300	0,307	0,094	-0,135	0,048	-0,103	-0,782
Z_8	-0,334	-0,176	-0,269	0,314	0,044	-0,145	0,416	-0,450	0,537
Z_9	-0,331	-0,594	0,139	-0,590	-0,408	-0,021	0,020	-0,014	-0,008

Vektor ciri ini yang akan digunakan untuk membentuk peubah baru W_i sebagai komponen utama yang ke-i.

Ada lima peubah baru W_1, W_2, W_3, W_4 dan W_5 sebagai peubah bebas pada model regresi komponen utama. Nilai R^2 setiap model dengan berbagai peubah bebas komponen utama tercantum pada Tabel 7.

Tabel 7. Nilai R^2 dengan Berbagai Peubah Bebas W

Peubah Bebas	R^2
W_1	59,9 %
W_1, W_2	71,9 %
W_1, W_2, W_3	93,6 %
W_1, W_2, W_3, W_4	94,3%
W_1, W_2, W_3, W_4, W_5	95,1%

Walaupun komponen utama yang kedua dan ketiga hanya memberikan 0,6% dan 0,1% dari total keragaman yang ada, tetapi pada kenyataannya kedua komponen tersebut mampu menaikkan R^2 masing-masing sebesar 11,2% dan 21,7%. Kenyataan ini sebagai akibat adanya korelasi yang sangat tinggi di antara peubah bebas asal. Dengan melihat besarnya R^2 di atas, maka komponen utama yang diambil sebagai peubah bebas adalah W_1, W_2, W_3 . Persamaan regresi komponen utamanya :

$$\hat{Y} = 0{,}25874\ W_1 - 1{,}35810\ W_2 - 4{,}32107\ W_3$$

Tabel 8. Penduga Parameter Regresi Komponen Utama

Peubah	Penduga Parameter	Simpangan Baku	T-ratio	p	VIF
W_1	-0,25874	0,0150	-17,70	0,000	1,0
W_2	-1,35810	0,1893	-7,90	0,000	1,0
W_3	-4,3210	0,3996	-10,72	0,000	1,0

s = 0,9923 R^2 = 93,6% R^2(adj) = 93%

Tabel 9. Tabel Sidik Ragam Regresi Komponen Utama

Sumber	DB	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hitung}	p
Regresi	3	0,93574	0,31191	155,32	0,000
Galat	32	0,06426	0,00201		
Total	35	1,00000			

Dari analisa ragam yang ada jika diambil taraf nyata sebesar 5% , maka koefisien penduga regresi komponen utama yang terbentuk adalah nyata dengan nilai VIF 1 dan R^2 yang cukup besar. Adapun nilai $\hat{Y}$ dan sisaannya terlampir pada Lampiran 4.

Model yang sudah didapat selanjutnya akan ditransformasikan kembali ke peubah asal Z dengan cara : $\mathbf{b} = \mathbf{v_j} \cdot \mathbf{a}$

Bila $a_1 = -0{,}25874$ $a_2 = -1{,}3581$ $a_3 = -4{,}3210$

maka koefisien penduga **b** hasil transfomasi adalah :

b = [1,35249 -0,17255 -1,90687 -1,49955 -2,00826 1,58422
1,88352 1,65398 -0,11147]

Sehingga : $\hat{Y} = 1{,}35249\ Z_1 - 0{,}17255\ Z_2 - 1{,}90687\ Z_3 - 1{,}49955\ Z_4 - 2{,}00826\ Z_5 + 1{,}58422\ Z_6 + 1{,}88352\ Z_7 + 1{,}65398\ Z_8 - 0{,}11147\ Z_9$

Nilai **PRESS** untuk regresi komponen utama = 0,084357

Bias koefisien penduga = [0,64266 0,62444 0,60885 0,61891 0,63609 0,67715
0,67916 0,67456 0,67952]

Semua perhitungan di atas menggunakan program paket SAS versi 604 dan MINITAB versi 8.

4.3 Penyelesaian dengan Metode Regresi Ridge

Analisis regresi ridge menggunakan data yang sudah dibakukan, tercantum pada Lampiran 2. Perhitungan lainnya, yaitu $Z'Z = r_{xx}$ ada di pembahasan regresi komponen utama dan $Z'Y = r_{xy*}$ adalah bernilai sebagai berikut :

r'_{xy*} = [0.763259 0.741656 0.723106 0.735053 0.755458
0.804216 0.806599 0.801140 0.807037]

Dalam proses pendugaan regresi ridge pemilihan tetapan bias c merupakan suatu yang penting, dalam penelitian ini penentuan tetapan bias ditempuh melalui pendekatan nilai VIF dan gambar ridge trace. Nilai VIF dari koefisien $\mathbf{b}^R$ dengan berbagai kemungkinan tetapan bias c disajikan pada Tabel 10.

Tabel 10. Nilai VIF($\mathbf{b}^R$) dengan Berbagai Harga c

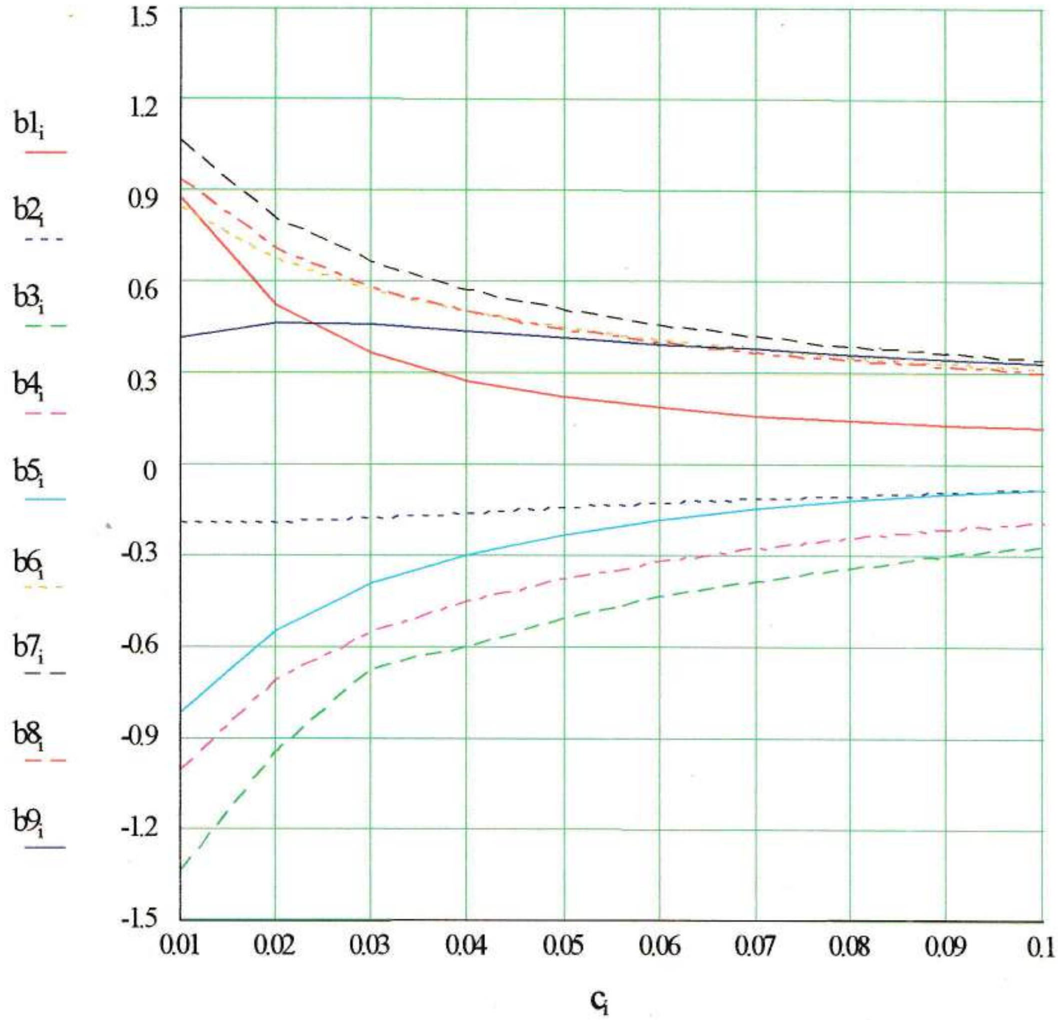
Tetapan Bias c	VIF (b_1^R)	VIF (b_2^R)	VIF (b_3^R)	VIF (b_4^R)	VIF (b_5^R)	VIF (b_6^R)	VIF (b_7^R)	VIF (b_8^R)	VIF (b_9^R)
0,01	14,342	3,270	7,597	4,823	15,397	4,794	5,311	4,711	15,464
0,02	6,557	2,020	3,523	2,240	5,990	2,266	2,486	2,116	7,495
0,03	4,007	1,476	2,171	1,375	3,258	1,399	1,499	1,286	4,806
0,04	2,737	1,149	1,515	0,955	2,064	0,977	1,0252	0,827	3,463
0,05	2,014	0,927	1,134	0,7135	1,432	0,732	0,755	0,599	2,660
0,06	**1,556**	**0,768**	**0,889**	**0,558**	**1,054**	**0,576**	**0,584**	**0,652**	**2,127**
0,07	1,245	0,648	0,720	0,452	0,810	0,467	0,468	0,364	1,748
0,08	1,02243	0,555	0,597	0,374	0,644	0,388	0,385	0,297	1,468
0,09	0,857	0,482	0,505	0,317	0,524	0,329	0,324	0,248	1,253
0,10	0,731	0,422	0,434	0,272	0,437	0,284	0,277	0,211	1,083

Dari tabel 10 tampak bahwa mulai tetapan bias c = 0,01 sampai c = 0,1 VIF koefisien penduga $\mathbf{b}^R$ makin lama makin kecil. Nilai VIF yang akan diambil adalah VIF yang relatif dekat dengan satu. Sedangkan nilai koefisien penduga parameter β^R dengan berbagai kemungkinan tetapan bias c disajikan pada Tabel 11.

Tabel 11. Nilai $\mathbf{b}^R$ dengan Berbagai Harga c

Tetapan Bias c	b_1^R	b_2^R	b_3^R	b_4^R	b_5^R	b_6^R	b_7^R	b_8^R	b_9^R
0,01	0,87617	-0,19172	-1,33807	-1,00743	-0,81848	0,84167	1,06429	0,93684	0,41588
0,02	0,52377	-0,19165	-0,94092	-0,71038	-0,54975	0,67271	0,80678	0,70425	0,46337
0,03	0,36243	-0,17828	-0,67232	-0,55023	-0,39509	0,57024	0,66471	0,57879	0,45684
0,04	0,27362	-0,16172	-0,59969	-0,44759	-0,29817	0,50058	0,57242	0,49837	0,43800
0,05	0,21933	-0,14533	-0,50657	-0,37528	-0,23248	0,44957	0,50729	0,44175	0,41672
0,06	**0,18978**	**-0,12013**	**-0,40702**	**0,30019**	**-0,16895**	**-0,43393**	**0,48468**	**0,44533**	**0,04680**
0,07	0,15918	-0,11638	-0,38283	-0,2790	-0,14995	0,37905	0,41976	0,36644	0,37678
0,08	0,14161	-0,10403	-0,33927	-0,24509	-0,12253	0,35346	0,38875	0,33993	0,35923
0,09	0,12864	-0,09297	-0,30341	-0,21717	-0,10069	0,33209	0,36316	0,31811	0,34337
0,10	0,11883	-0,08305	-0,2733	-0,19376	-0,08292	0,31394	0,34164	0,29981	0,32903

Atas dasar koefisien penduga pada Tabel 11 dibuatlah suatu gambar *ridge trace* yang disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Ridge Trace pada Berbagai Harga c

Dari berbagai harga c yang ada, nilai VIF mulai tampak ada penurunan pada c sebesar 0,02. Jika diamati lebih seksama ada 3 harga c yang memberikan VIF relatif dekat dengan 1, yaitu pada c = 0,05 ; 0,06 dan 0,07. Sedangkan dari gambar ridge plot memberikan

2 alternatif pilihan harga c yaitu pada c sebesar 0,05 dan 0,06. Di antara beberapa pilihan harga c tersebut, nampaknya c sebesar 0,06 yang memberikan VIF yang lebih dekat dengan 1 dan menggambarkan koefisien penduga lebih stabil. Jadi tetapan bias c yang dipilih adalah c = 0,06. Dengan demikian, persamaan regresi ridge yang didapat jika c diambil sebesar 0,06 :

$$\hat{Y}^R = 0{,}183\ Z_1 - 0{,}130\ Z_2 - 0{,}437\ Z_3 - 0{,}321\ Z_4 - 0{,}185\ Z_5 + 0{,}410\ Z_6 + 0{,}458\ Z_7 + 0{,}399\ Z_8 + 0{,}396\ Z_9$$

Tabel 12. Tabel Sidik Ragam Regresi Ridge

Sumber	Db	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F_{hit}
Model	9	0,80734	0,089704	12,105
Galar	26	0,19266	0,00741	
Total	36	1		

R^2_{ridge} = 1 – JKG = 0,80734 = 80,734% s^2 = 0,00741

Tabel berikut ini memuat simpangan baku, T_{hitung} dari penduga ridge, bila tetapan bias c diambil sebesar 0,06, sedangkan $\hat{Y}$ terlampir pada Lampiran 5.

Tabel 13. Nilai Simpangan Baku, T_{hitung} dari Regresi Ridge

Penduga	Simpangan Baku	T_{hitung}
b_1^R	0,05233	3,51071
b_2^R	0,03677	-3,53948
b_3^R	0,03956	-11,04826
b_4^R	0,03134	-10,24917
b_5^R	0,04037	-4,30274
b_6^R	0,03184	12,88741
b_7^R	0,03206	14,29167
b_8^R	0,02839	14,06827
b_9^R	0,06118	6,47208

Nilai **PRESS** untuk regresi ridge = 0,292109 dan bias untuk setiap koefisien penduga besarnya sama yaitu = c = 0,06. Penyelesaian analisis regresi ridge ini menggunakan program paket SAS versi 604 dan MINITAB versi 8.

4.4 Penyelesaian dengan Metode Regresi Kuadrat Terkecil Parsial

Perhitungan nilai koefisien penduga internal, ragam serta R^2 setiap iterasi dari metode regresi kuadrat terkecil parsial diselesaikan dengan SAS/IML versi 604 dan disajikan pada Tabel 14.

Tabel 14. Penduga Parameter (Internal), Ragam, R^2 Regresi Kuadrat Terkecil Parsial

Iterasi ke	Penduga Parameter (internal)	Ragam	R^2
1	0,2593761	0,0111262	0,6105840
2	2,2699628	0,0052343	0,8168006
3	2,7831145	0,0015970	0,9441057
4	1,2335190	0,0014494	0,9492719
5	1,5148140	0,0013504	0,9527358
6	14,345295	0,0012053	0,9578139
7	6,0025229	0,0011802	0,9586931
8	9,2144306	0,0011658	0,9591962
9	5,3614829	0,0011539	0,9596147

Dari hasil ragam dan R^2 yang tercantum pada Tabel 14 tampak pada iterasi ketiga sudah tercapai kondisi konvergen karena pada iterasi tersebut ragam dan R^2 mulai stabil. Jadi komponen yang diambil sebagai pendugaan model adalah komponen yang ketiga.

Berdasarkan hasil tesis Kumala Indriati diperoleh hasil koefisien penduga eksternal pada iterasi ke 3 beserta simpangan baku dari metode *Jackknife*.

Tabel 15. Koefisien Penduga (Eksternal) pada Iterasi ke 3

Koefisien Penduga Eksternal	Nilai	Galat Baku	Bias
b_1	1,7139672	0,4281675	0,273300
b_2	-0,1541880	0,1385921	-0,053603
b_3	-2,2009480	0,3661510	-0,034866
b_4	-1,6880320	0,2900746	0,006079
b_5	-1,6985940	0,3265638	0,047248
b_6	1,4345733	0,2183615	0,023305
b_7	1,8130987	0,2572875	0,020123
b_8	1,5822151	0,2282830	0,020608
b_9	-0,0247460	0,2808929	-0,034800

Nilai **PRESS** untuk regresi kuadrat terkecil parsial = 0,01458

Regresi kuadrat terkecil parsial adalah proses pemodelan lunak asumsi yang tidak tidak diketahui ragam koefisien penduganya. Nilai ragam koefisien penduga yang ada merupakan hasil pendekatan melalui metode *Jackknife*. Selang kepercayaan untuk koefisien penduga ditempuh melalui metoda yang sama, dan hasilnya sebagai berikut :

$1,043971 < \beta_1 < 2,4911732$
$-0,353543 < \beta_2 < 0,1148985$
$-2,818883 < \beta_3 < -1,581292$
$-2,184337 < \beta_4 < -1,203885$
$-2,297735 < \beta_5 < -1,193949$
$1,0422371 < \beta_6 < 1,780299$
$1,3581594 < \beta_7 < 2,2277911$
$1,1758088 < \beta_8 < 1,9474054$
$-0,464654 < \beta_9 < 0,4847642$

Jika diperhatikan dengan seksama, semua koefisien penduga (eksternal) yang tercantum pada Tabel 15 masuk dalam selang kepercayaan, sehingga bisa disimpulkan bahwa koefisien-koefisien tersebut adalah nyata.

Dari hasil seluruh pembahasan dapat dibuat rangkuman sebagai berikut :

Tabel 16. Nilai Koefisien Penduga dari Berbagai Metode Analisa

Koefisien Penduga	Regresi Komponen Utama	Regresi Ridge	Regresi Kuadrat Terkecil Parsial
b_1	1,35249	0,18978	1,71397
b_2	-0,17255	-0,12013	-0,15419
b_3	-1,90687	-0,40702	-2,20095
b_4	-1,49955	0,30019	-1,68803
b_5	-2,00826	-0,16895	-1,69859
b_6	1,58422	-0,43393	1,43457
b_7	1,88352	0,48468	1,81309
b_8	1,65498	0,44533	1,58221
b_9	-0,11147	0,04680	-0,02475

Di Tabel 16 terlihat bahwa nilai koefisien penduga **b** antara metode regresi komponen utama dan regresi kuadrat terkecil parsial cenderung mempunyai kesamaan pola, walaupun ada perbedaan dalam besarannya. Koefisien penduga b_9 pada regresi ridge ternyata mempunyai pola yang berbeda dibandingkan dengan metode lainnya. Untuk mengetahui koefisien penduga mana yang lebih stabil, perlu dikaji nilai PRESS nya.

Tabel 17. Nilai PRESS, R^2 dan S^2 dari Berbagai Metode Analisa

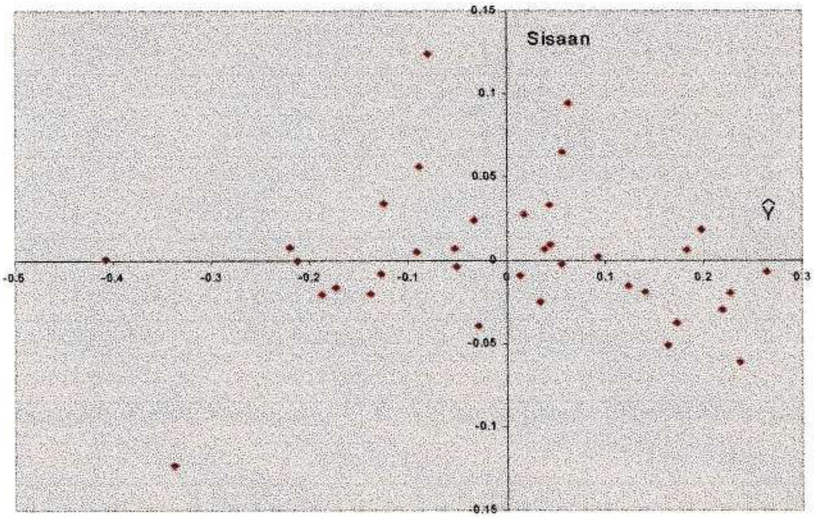
Metoda Analisa	Nilai		
	Press	R^2	s^2
Regresi Komponen Utama	0,084357	93,60%	0,00201
Regresi Ridge	0,292109	80,73%	0,00741
Regresi Kuadrat Terkecil Parsial	0,079520	94,41%	0,0015970

PRESS dari regresi ridge pada Tabel 17, memberikan nilai yang lebih besar dari dua metode lainnya, sehingga kestabilan koefisien penduganya lebih kecil. Jika ditinjau besarnya R^2, nilai terkecil ada di metode ridge. Ini berarti metode ridge memberikan ketepatan model yang lebih kecil dari metode komponen utama dan metode kuadrat terkecil parsial. Jadi dari evaluasi terhadap nilai koefisien penduga **b** , PRESS dan R^2 metode regresi komponen utama dan regresi kuadrat terkecil parsial memberikan hasil yang lebih baik daripada ridge. Tetapi jika ditinjau nilai biasnya pada Tabel 18, regresi ridge mempunyai bias lebih kecil dari regresi komponen utama. Keadaan ini disebabkan karena besarnya konstanta bias c pada regresi ridge diatur sedemikian sehingga memberikan VIF yang dekat dengan satu dan *ridge trace* yang relatif stabil , sedangkan pada regresi komponen utama besarnya bias justru ditentukan oleh banyaknya komponen utama yang masuk dalam model dan penentuan jumlah komponen tersebut bersifat subyektif.

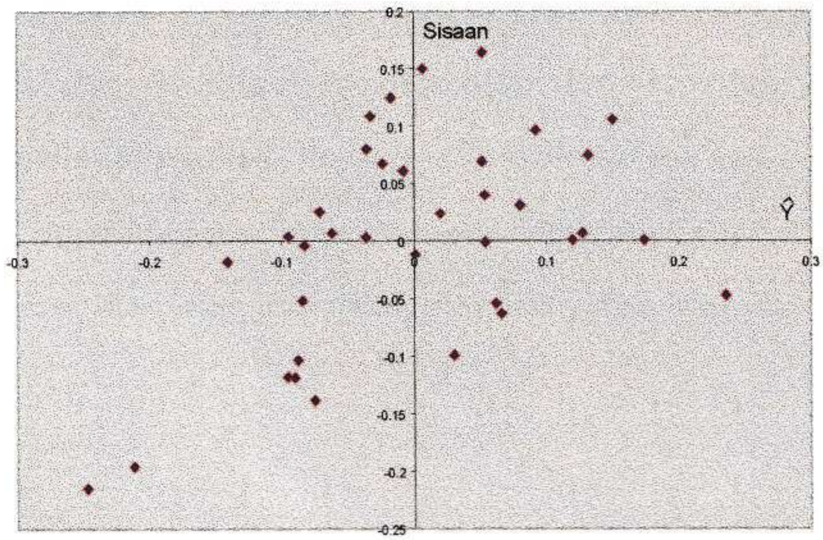
Tabel 18. Nilai Bias Koefisien Penduga dari Berbagai Metode Analisa

Metoda Analisa	Bias Koefisien Penduga								
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9
Regresi Komponen Utama	0,64266	0,62444	0,60885	0,61891	0,63609	0,67715	0,67916	0,67456	0,67952
Regresi Ridge	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
Regresi Kuadrat Terkecil Parsial	0,05360	0,03486	-0,00086	-0,00607	0,04724	0,02330	0,02012	0,02060	-0,03480

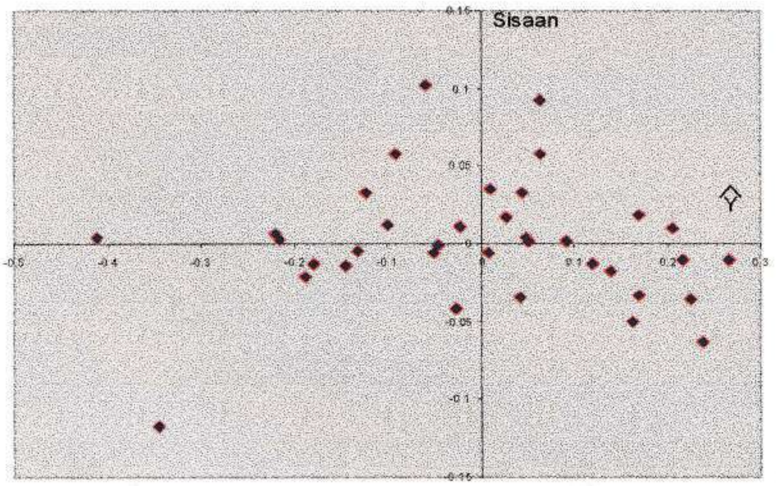
Diagnostik model melalui plot sisaan untuk masing-masing metoda digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2. Plot Sisaan dan Ŷ dari Regresi Komponen Utama



Gambar 3. Plot Sisaan dan Ŷ dari Regresi Ridge



Gambar 4. Plot Sisaan dan $\hat{Y}$ dari Regresi Kuadrat Terkecil Parsial

Dari Gambar 2, 3 dan 4 tampak pencaran-pencaran titik menggambarkan pola yang tidak beraturan, keadaan ini menunjukkan bahwa antara sisaan dan $\hat{Y}$ bersifat bebas . Jadi dalam proses pendugaan model kalibrasi dengan peubah ganda harus ditempuh melalui suatu pendugaan yang berbias dan dapat menghasilkan ragam koefisien penduga yang lebih kecil dari metode regresi kuadrat terkecil. Proses pendugaan tersebut bisa melalui regresi kuadrat terkecil parsial, regresi komponen utama dan regresi ridge. Diantara ketiga metode tersebut di atas, metode kuadrat terkecil parsial memberikan hasil yang paling baik.

BAB V

KESIMPULAN

Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah kolinearitas, diantaranya regresi kuadrat terkecil, regresi komponen utama dan regresi ridge. Dari ketiga metode tersebut, regresi kuadrat terkecil parsial memberikan hasil yang paling baik. Evaluasi ini diperoleh dari pendekatan nilai PRESS, R^2 dan bias. Metode regresi kuadrat terkecil parsial mempunyai nilai PRESS dan bias paling kecil serta R^2 paling tinggi jika dibandingkan terhadap dua metode lainnya.

Metode regresi komponen utama memberikan hasil yang cukup baik, jika dibandingkan dengan metode regresi kuadrat terkecil. Kelemahan dari regresi komponen utama adalah nilai biasnya lebih besar dari regresi ridge ataupun regresi kuadrat terkecil parsial. Keadaan ini disebabkan karena tidak ada acuan yang pasti dalam menentukan jumlah komponen utama yang masuk dalam model.

Regresi ridge tidak memberikan hasil sebaik regresi kuadrat terkecil ataupun regresi komponen utama. Hanya saja, regresi ridge memberikan bias lebih kecil dari regresi komponen utama. Hal ini disebabkan besarnya tetapan bias pada regresi ridge dipilih sedemikian rupa sehingga dapat memberikan nilai VIF yang dekat dengan satu dan *ridge trace* yang relatif stabil.

DAFTAR PUSTAKA

Draper. N. R and H. Smith. 1981. *Applied Regression Analysis*. John Willey & Sons. New York.

Fox, John and G. Monette. 1992. *Generalized Collinearity Diagnostics*. ***Journal of the American Statistical Association***. vol 87, no 417 : 178-183.

Geladi, Paul & B. R. Kowalski. 1986. *Partial Least Square Regression. Tutorial*. ***Analytica Chimica Acta***. 185 : 1 – 17.

Gibbons, D. I and G. E. McDonald, 1984. *A Rational Interpretation of the Ridge Trace*. ***Technometrics***. Vol 26, no 4 : 339-346.

Kumala Indriati. 1997. *Kajian Algoritma MKTP dan Penerapannya dalam Kalibrasi Regresi*. Tidak Dipublikasikan. Tesis S2-IPB. Bogor.

Lindley, D. V and Smith, A. F. M. 1972. *Bayes Estimates for the Linear Model*. ***Journal of the Royal Statistical Society***. Vol, B. 34 : 1-41.

Jolliffe , I.T. 1986. *Principal Componen Analysis*. Springer-Verlag. New York.

Martens, Harald dan Tormod Naes. 1989. *Multivariate Calibration*. John Willey & Sons. Chichester. England.

MINITAB. 1991. *MINITAB Reference Manual*. Release 8 PC Version. MINITAB Inc. State College. USA.

Naes, Tormod. 1985. *Multivariate Calibration When the Error Covariance Matrix is Structured*. ***Technometrics***. vol 27, no 3 : 301-311.

Neter, John , W. Wasserman and M. H. Kutner. 1990. *Applied Linear Statistical Models, Regression, Analysis of Variance and Experimental Design*. Richard D. Irwin Inc. Illinois. Toppan Company. LTD. Tokyo.

SAS Institute. 1982. *SAS USER'S GUIDE : Statistics 1982 Edition*. SAS Institute Inc. Cary. Nort Carolina.

SAS Institute. 1985. *SAS/IML Guide for Personal Computers*. Version 6 Edition. SAS Institute Inc. Cary. North Carolina.

Weisberg, Sanford. 1985. *Applied Linear Regression 2nd Edition*. John Wiley & Sons. New York.

Wigena, A. H dan Aam Alamudi. 1997. *Algoritma MKTP untuk Kalibrasi Peubah Ganda*. Tidak Dipublikasikan. Laporan LP-IPB. Bogor.

Young, P.J. 1994. *A Reformulation of the Partial Least Square Regression Algoritm*. ***SIAM J***. SCL Comput. vol 15, no 1 : 225-230.

LAMPIRAN

LAMPIRAN 1

Nilai Konsentrasi Lemak yang Diukur dari 9 Panjang Gelombang

Pengamatan No.	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
1	30,4	113980	105685	90927	87793	71833	58104	61953	64722	37794
2	41,8	144555	132580	113550	110678	92133	78349	83632	86616	50157
3	44,1	146065	134130	115195	112160	93330	79759	85026	88070	50999
4	42,7	156370	143638	123345	120193	99419	85343	91167	94403	53703
5	38,7	135975	125613	108188	104878	86141	72751	77614	80603	56438
6	39,9	144000	132990	114793	111545	92252	77911	83033	86142	50360
7	35,9	145343	134338	116035	112573	92252	76773	81970	85291	48782
8	40,8	156753	144003	124345	121078	101828	86513	92025	95178	56443
9	38,6	135713	124753	107235	104098	85951	71805	76632	79646	46192
10	41,6	143913	131660	112620	109798	92976	76965	82151	85076	50164
11	44,8	157905	144315	123393	120498	100268	86912	92803	95886	55048
12	44,8	178915	165938	145265	141970	1196750	103895	11035	113790	66043
13	43,6	161793	149213	129105	126025	105700	91433	97399	100564	58153
14	43,1	156153	143430	123433	120270	100009	86579	92326	95428	55037
15	39,6	140280	128250	109443	106215	87491	73496	78646	81739	46870
16	45,2	154388	142820	124168	121508	102900	89669	95201	98111	58229
17	41,8	154553	142563	123093	120180	99860	85541	91213	94326	54617
18	43,3	161078	148515	128715	125690	105455	91132	86786	99921	58882
19	41,6	144988	134105	116500	113623	95728	81291	86600	89610	51940
20	31,6	128340	118940	102460	98946	80344	64830	69260	72401	41221
21	43,0	140150	128305	109620	106780	87955	75973	81099	83945	48086
22	35,9	136360	126308	109235	106185	88683	73139	77900	80890	47737
23	36,0	139218	128633	110810	107515	88763	73845	78683	81735	47821
24	42,3	144163	132118	112598	109385	89453	76510	81824	84924	48080
25	43,3	149383	137445	118933	116123	98820	87352	89124	92061	54660
26	45,4	149850	136700	116715	113993	95004	82147	87655	90596	54660
27	40,7	161163	148863	128673	125180	103677	88583	94401	97807	56024
28	40,4	147875	135653	116795	113790	95832	80477	85708	88707	52769
29	44,5	166145	152728	132440	129335	109613	95084	10107	104128	61161
30	46,3	156013	143485	124450	121865	104403	90562	96207	98956	59218
31	39,1	153533	141648	122418	119233	99704	84299	89836	93028	54187
32	37,6	138763	128040	110125	106798	87580	73564	78512	81573	47067
33	37,1	128400	118258	101315	98289	80005	67085	71607	74502	42770
34	39,4	140040	128623	110198	106965	88261	74443	79510	82521	47336
35	41,6	136028	125598	108925	106010	88576	75780	80684	83544	48995
36	36,4	138418	128073	110590	107248	88419	73839	78686	81754	47667

LAMPIRAN 2

Nilai Konsentrasi Lemak yang Diukur dari 9 Panjang Gelombang yang Sudah Dibakukan

Y^*	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9
-0.462278	-0.452026	-0.442372	-0.427979	-0.427641	-0.462277	-0.452026	-0.442372	-0.427979	-0.427641
0.052563	-0.031547	-0.039556	-0.050054	-0.046286	0.052563	-0.031547	-0.039556	-0.050054	-0.046286
0.156434	-0.010781	-0.016341	-0.022574	-0.021590	0.156434	-0.010781	-0.016341	-0.022574	-0.021590
0.093208	0.130937	0.126064	0.113575	0.112271	0.093208	0.130937	0.126064	0.113575	0.112271
-0.087438	-0.149542	-0.143903	-0.139628	-0.142937	-0.087438	-0.149542	-0.143903	-0.139628	-0.142937
-0.033244	-0.039180	-0.033415	-0.029289	-0.031839	-0.033244	-0.039180	-0.033415	-0.029289	-0.031839
-0.213890	-0.020710	-0.013225	-0.008541	-0.014708	-0.213889	-0.020710	-0.013225	-0.008541	-0.014708
0.007401	0.136204	0.131531	0.130280	0.127019	0.007401	0.136204	0.131531	0.130280	0.127019
-0.091954	-0.153145	-0.156783	-0.155548	-0.155935	-0.091954	-0.153146	-0.156783	-0.155548	-0.155935
0.043530	-0.040376	-0.053335	-0.065590	-0.060951	0.043531	-0.040376	-0.053335	-0.065590	-0.060951
0.188047	0.152047	0.136204	0.114377	0.117353	0.188047	0.152047	0.136204	0.114377	0.117353
0.188047	0.440984	0.460059	0.479756	0.475162	0.188047	0.440984	0.460059	0.479756	0.475162
0.133853	0.205516	0.209563	0.209798	0.209455	0.133853	0.205516	0.209563	0.209798	0.209455
0.111273	0.127953	0.122949	0.115045	0.113554	0.111273	0.127953	0.122949	0.115045	0.113554
-0.046792	-0.090338	-0.104408	-0.118663	-0.120658	-0.046792	-0.090339	-0.104408	-0.118663	-0.120658
0.206112	0.103680	0.113812	0.127323	0.134184	0.206112	0.103680	0.113813	0.127323	0.134184
0.052563	0.105949	0.109963	0.109365	0.112054	0.052563	0.105949	0.109963	0.109365	0.112054
0.120305	0.195683	0.199109	0.203283	0.203873	0.120305	0.195683	0.199109	0.203283	0.203873
0.043530	-0.025592	-0.016715	-0.000773	0.002622	0.043531	-0.025592	-0.016715	-0.000773	0.002622
-0.408084	-0.254542	-0.243847	-0.235316	-0.241788	-0.408084	-0.254542	-0.243847	-0.235316	-0.241788
0.106757	-0.092126	-0.103584	-0.115706	-0.111242	0.106757	-0.092126	-0.103584	-0.115706	-0.111242
-0.213890	-0.144248	-0.133494	-0.121837	-0.121158	-0.213889	-0.144248	-0.133494	-0.121837	-0.121157
-0.209373	-0.104943	-0.098671	-0.095827	-0.098994	-0.209373	-0.104944	-0.098671	-0.095826	-0.098994
0.075144	-0.036938	-0.046475	-0.065957	-0.067833	0.075144	-0.036938	-0.046475	-0.065957	-0.067833
0.120305	0.034849	0.033309	0.039871	0.044449	0.120305	0.034849	0.033309	0.039871	0.044449
0.215144	0.041272	0.022151	0.002819	0.008955	0.215144	0.041272	0.022151	0.002819	0.008955
0.002885	0.196852	0.204321	0.202581	0.195374	0.002885	0.196852	0.204321	0.202581	0.195374
-0.010663	0.014111	0.006470	0.004155	0.005572	-0.010663	0.014111	0.006470	0.004155	0.005572
0.174499	0.265366	0.262208	0.265510	0.264613	0.174499	0.265366	0.262208	0.265510	0.264613
0.255789	0.126028	0.123772	0.132034	0.140133	0.255789	0.126027	0.123772	0.132034	0.140133
-0.069373	0.091922	0.096259	0.098089	0.096274	-0.069373	0.091922	0.096259	0.098089	0.096274
-0.137115	-0.111201	-0.107553	-0.107270	-0.110943	-0.137115	-0.111201	-0.107553	-0.107270	-0.110942
-0.159696	-0.253716	-0.254061	-0.254444	-0.252736	-0.159696	-0.253717	-0.254061	-0.254444	-0.252736
-0.055825	-0.093639	-0.098821	-0.106050	-0.108160	-0.055824	-0.093639	-0.098821	-0.106050	-0.108160
0.043530	-0.148813	-0.144128	-0.127316	-0.124074	0.043531	-0.148814	-0.144128	-0.127316	-0.124074
-0.191309	-0.115945	-0.107059	-0.099502	-0.103444	-0.191309	-0.115945	-0.107059	-0.099502	-0.103444

LAMPIRAN 3

Nilai Komponen Utama W_1, W_2, W_3

W_1	W_2	W3
1,27023	-0,041057	0,0171578
0,11741	-0,004944	-0,0155364
0,04441	-0,006345	-0,0147331
-0,31166	0,053466	-0,0191393
0,43158	0,000162	-0,0034785
0,11254	0,007304	0,0085569
0,12057	0,073464	0,0182105
-0,38362	0,003374	0,0110194
0,46757	0,001383	0,0004736
0,15626	-0,006683	0,0093534
-0,37028	0,023446	-0,0363090
-1,35419	0,037368	0,0293864
-0,62082	0,008503	-0,0037005
-0,34753	0,013716	-0,0210196
0,35451	0,030041	-0,0197601
-0,44768	-0,086037	0,0041882
-0,30902	0,018334	0,0003416
-0,60625	-0.009179	0,0059650
-0,01744	-0,038594	0,0140298
0,79710	0,062819	0,0270446
0,29328	-0,017955	-0,0388211
0,37941	-0,013496	0,0326698
0,32337	0,018898	0,0166490
0,20237	0,042186	-0,0352545
-0,17134	-0,054072	0,0150907
-0,09502	-0,051386	-0,0286983
-0,52462	0,072555	0,0052516
-0,03393	-0,015530	0,0120853
-0,81338	-0,018441	0,0002685
-0,49712	-0,101354	0,0024283
-0,26216	0,023254	0,0146946
0,35437	0,023984	0,0004832
0,75716	-0,003278	-0,0111562
0,32060	0,018131	-0,0127708
0,32731	-0,076227	-0,0008400
0,33601	0,012195	0,0158645

LAMPIRAN 4

Nilai $\hat{Y}$ dan Sisaan dari Metoda Regresi Komponen Utama

Baris	$\hat{Y}$	Sisaan
1	-0.338841	-0.123436
2	0.043729	0.008834
3	0.062345	0.094089
4	0.091735	0.001473
5	-0.092013	0.004576
6	-0.089270	0.056026
7	-0.213198	-0.000692
8	0.032643	-0.025242
9	-0.125656	0.033702
10	-0.080272	0.123802
11	0.218089	-0.030042
12	0.182282	0.005766
13	0.171926	-0.038072
14	0.162639	-0.051366
15	-0.053448	0.006655
16	0.226235	-0.020123
17	0.055110	-0.002547
18	0.139763	-0.019458
19	0.016295	0.027236
20	-0.408616	0.000532
21	0.122612	-0.015855
22	-0.221149	0.007259
23	-0.188471	-0.020903
24	0.042377	0.032767
25	0.055484	0.064821
26	0.197109	0.018035
27	0.012404	-0.009519
28	-0.034444	0.236003
29	0.023781	-0.061505
30	0.263169	-0.007380
31	-0.029678	-0.039695
32	-0.128602	-0.008513
33	-0.139309	-0.020387
34	-0.051776	-0.004049
35	0.037410	0.006121
36	-0.174620	-0.016689

LAMPIRAN 5

Nilai $\hat{Y}$ dan Sisaan dari Metoda Regresi Ridge

Baris	$\hat{Y}$	Sisaan
1	-0.247285	-0.214993
2	-0.008168	0.060730
3	0.006631	0.149803
4	0.053334	0.039874
5	-0.083300	-0.004138
6	-0.036362	0.003118
7	-0.075310	-0.138580
8	0.061682	-0.054280
9	-0.095398	0.003444
10	-0.036044	0.079574
11	0.091865	0.096182
12	0.235399	-0.047352
13	0.126954	0.006899
14	0.080155	0.031118
15	-0.071803	0.025010
16	0.131640	0.074471
17	0.053587	-0.001025
18	0.119680	0.000625
19	0.019611	0.023919
20	-0.212016	-0.196068
21	-0.017630	0.124386
22	-0.095537	-0.118353
23	-0.090578	-0.118795
24	-0.033363	0.108507
25	0.050969	0.069336
26	0.051178	0.163966
27	0.066002	-0.063117
28	0.000950	-0.011613
29	0.173823	0.000676
30	0.150193	0.105596
31	0.029738	-0.099111
32	-0.084844	-0.052272
33	-0.141523	-0.018173
34	-0.062505	0.006680
35	-0.023883	0.067413
36	-0.087843	-0.103466

LAMPIRAN 6

Nilai $\hat{Y}$ dan Sisaan dari Regresi Kuadrat Terkecil Parsial

Baris	$\hat{Y}$	Sisaan
1	-0.3449490	-0.1173290
2	0.0486231	0.0039398
3	0.0637968	0.0926376
4	0.0917358	0.0014725
5	-0.0996320	0.0121946
6	-0.0907750	0.0575312
7	-0.2167020	0.0028127
8	0.0421547	-0.0347530
9	-0.1242950	0.0323408
10	-0.0590300	0.1025606
11	0.2246117	-0.0365640
12	0.1696182	0.0184292
13	0.1678944	-0.0340410
14	0.1613159	-0.0500430
15	-0.0453490	-0.0014440
16	0.2171669	-0.0110550
17	0.0513158	0.0012471
18	0.1378314	-0.0175260
19	0.0090611	0.0344696
20	-0.4122220	0.0041381
21	0.1203140	-0.0135570
22	-0.2201720	0.0062822
23	-0.1877900	-0.0215840
24	0.0430763	0.0320674
25	0.0624274	0.0578778
26	0.2053410	0.0098032
27	0.0083510	-0.0054660
28	-0.0216060	0.0109430
29	0.2381890	-0.0636900
30	0.2660266	-0.0102370
31	-0.0276310	-0.0417420
32	-0.1321190	-0.0049970
33	-0.1450250	-0.0146710
34	-0.0500390	-0.0057860
35	0.0269988	0.0165318
36	-0.1785130	-0.0127960

LAMPIRAN 7

Program untuk Mendapatkan Koefisien Penduga (Internal) dari Regresi Kuadrat Terkecil Parsial

```
/*  procedure IML */
proc iml worksize = 3346;

/* PROGRAM UNTUK PEMBAKUAN X dan Y  */
start cent;

print , 'matrik  x(awal) = ' X[format=10.2];
print , 'matrik  y(awal) = ' Y[format=10.2];

X1 = X[,1];
X1c = X1 - sum(X1)/nrow(X1);
kw1 = X1c`* X1c;
X1c = X1c/SQRT(kw1);
X2 = X[,2];
X2c = X2 - sum(X2)/nrow(X2);
kw2 = X2c` * X2c;
X2c = X2c/ SQRT(kw2);
X3 = X[,3];
X3c = X3 - sum(X3)/nrow(X3);
kw3 = X3c` * X3c;
X3c = X3c/ SQRT(kw3);
X4 = X[,4];
X4c = X4 - sum(X4)/nrow(X4);
kw4 = X4c`* X4c;
X4c = X4c/ SQRT(kw4);
X5 = X[,5];
X5c = X5 - sum(X5)/nrow(X5);
kw5 = X5c`* X5c;
X5c = X5c/SQRT(kw5);
X6 = X[,6];
X6c = X6 - sum(X6)/nrow(X6);
kw6 = X6c`* X6c;
X6c = X6c/SQRT(kw6);
X7 = X[,7];
X7c = X7 - sum(X7)/nrow(X7);
kw7 = X7c`* X7c;
X7c = X7c/ SQRT(kw7);
```

```
X8 = X[,8];
X8c = X8 - sum(X8)/nrow(X8);
kw8 = X8c` * X8c;
X8c = X8c/ SQRT(kw8);
X9 = X[,9];
X9c = X9 - sum(X9)/nrow(X9);
kw9 = X9c` * X9c;
X9c = X9c/ SQRT(kw9);

X[,1] = X1c;
X[,2] = X2c;
X[,3] = X3c;
X[,4] = X4c;
X[,5] = X5c;
X[,6] = X6c;
X[,7] = X7c;
X[,8] = X8c;
X[,9] = X9c;

Ybar = sum(Y)/nrow(Y);
Yc = Y - Ybar;
kwy = Yc` * Yc;
Y = Yc/SQRT(kwy);

/* mencetak hasil center */
print , 'matrik X (akhir) = ' X[format=10.5];
print , 'matrik Y (akhir) = ' Y[format=10.5];
finish;

/* PROGRAM UNTUK ANALISIS PLS */
start pls; /*AWAL PROGRAM PLS*/

delta = 0; Y2 = Y;
do i=1  to 9;

u = Y;
u2 = u` * u;
w = (u` * X) # (1/u2);
w2 = w * w`;
sw = SQRT(w2);
w = w # (1/sw);
w2= w * w`;
```

```
t = (X * w`) # (1/w2);
t2 = t` * t;

q = (t` * Y) # (1/t2);
q2 = q * q`;
sq = SQRT(q2);
q = q # (1/sq);
q2 = q * q`;
u = (Y * q`) # (1/q2);

p = (t` * X) # (1/(t` * t));
p2 = p * p`;
sp = SQRT(p2);
p = p # (1/sp);

t = t # (1/sp);
w = w # (1/sp);

b =(u` * t) / (t`* t);
Xw = X * w`;
X1 = X - t * p ;

teqi = t * q;
delta= delta + b * t * q ;
deltaY = delta - Y2;
var = (deltaY` * deltaY)/ 26;

/* Mencetak Hasil program pls */
 print , / ' pembobot w = ' w[format=10.5];
print , 'latent X (skor=Xw`) = ' t[format=10.5];
print , ' latent Y = ' u[format=10.5];
print , ' koefisien b = ' b[format=10.5];
print , ' penduga Y = ' delta [format=10.5];
print , '(Y - penduga Y) = ' deltaY[format=10.5];
print , '(t*q) = ' teqi[format=10.5];
print , 'varians = 'var[format=10.5];

X = X1;
Y1 = Y - delta;
Y= Y1;
end;
 finish;
```

```
/* DATA */

run cent;
 run pls;

quit;
```